

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ І ОПТИМІЗАЦІЯ МАНЕВРІВ КОСМІЧНИХ АПАРАТІВ З ЯДЕРНИМИ ДЖЕРЕЛАМИ ПОТУЖНОСТІ

Харитонова Л.В., кандидат фізико-математичних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна, kharytonova-lv@ukr.net, orcid.org/0000-0002-0108-6702

Куценко О.Г., кандидат фізико-математичних наук, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна, alex_kutz@ukr.net, orcid.org/0000-0001-5089-0409

Харитонов О.М., кандидат фізико-математичних наук, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна, kharytonov@knu.ua, orcid.org/0000-0002-6529-7736

Шумейко О.А., Національний транспортний університет, Київ, Україна, shumeyko.ntu.edu.ua@gmail.com, orcid.org/0000-0003-2897-060X

MATHEMATICAL MODELLING AND OPTIMIZATION OF MANEUVERS OF SPACECRAFT WITH NUCLEAR POWER SOURCES

Kharytonova L.V., PhD, Physics and Mathematics, National Transport University, Kyiv, Ukraine, kharytonova-lv@ukr.net, orcid.org/0000-0002-0108-6702

Kutsenko O.G., PhD, Physics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine, alex_kutz@ukr.net, orcid.org/0000-0001-5089-0409

Kharytonov O.M., PhD, Physics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine, kharytonov@knu.ua, orcid.org/0000-0002-6529-7736

Shumeyko O.A., National Transport University, Kyiv, Ukraine, shumeyko.ntu.edu.ua@gmail.com, orcid.org/0000-0003-2897-060X

Постановка проблеми.

Одними з основних проблем сучасної космонавтики є підготовка пілотованих експедицій до планет Сонячної системи, зокрема до Місяця і Марсу. До рушійних систем пілотованих космічних апаратів висуваються жорсткі вимоги, з одного боку, щодо забезпечення порівняно невеликої тривалості перельоту, а з другого – щодо економічності та енергоефективності, з метою забезпечення транспортування необхідного корисного навантаження. Відповідно, подібні експедиції можливі лише в разі застосування перспективних рушійних систем, які забезпечують, з одного боку необхідний рівень реактивної тяги, а з другого високу економічність, надійність та енергоефективність. Стаття присвячена загальним проблемам математичного моделювання та оптимізації перспективних космічних рушійних систем на основі ядерних джерел енергії, які задовольняють зазначеним вимогам.

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Технологічний рівень розробок в галузі космічної техніки дасть можливість здійснити пілотовані експедиції до Марсу у період з 2033 по 2039 [1-5]. З огляду на проблеми психологічного характеру, вплив космічного опромінювання, ефекти нульової гравітації, реалізація пілотованих експедицій висуває жорсткі вимоги, з одного боку, до часу виконання маневру, а з другого до його ефективності, з точки зору маси корисного навантаження [6,7]. Щоб задовольнити таким вимогам потрібні принципово нові, водночас, потужні і ефективні рушійні системи. Дослідження, проведені NASA [5], показали, що за станом технічної розробки, надійності і параметрами, таким вимогам можуть задовольнити перспективні рушійні системи, що функціонують на ядерних джерелах енергії. Розробка таких систем почалася ще в 50-х роках ХХ століття, а перспективи їх використання підтверджуються досвідом створення і тестування в наземних умовах кількох десятків рушійних систем даного типу [5-7]. Перед тим як перейти до розгляду проблем математичного моделювання і оптимізації робочих процесів в космічних рушійних системах з ядерними джерелами енергії, наведемо коротку характеристику космічних рушійних систем як об'єктів керування.

Опис будь-якої керованої системи передбачає встановлення її основних параметрів, які визначають якість функціонування системи, функцій керування, від вибору яких залежать зазначені параметри і обмежень, що накладаються на вибір функцій керування. Як відомо, реактивна тяга двигуна визначається формулою:

$$P = qV \quad (1)$$

де q – секундна масова витрата палива, V – ефективна швидкість витікання.

З цієї формули випливає, що для реалізації однієї і тієї ж величини тяги треба витратити тим менше палива, чим більшою є швидкість його витікання. Величина реактивної тяги співвідноситься з вагою рушійної системи, утворюючи безрозмірний параметр

$$a_0 = \frac{P}{M_\kappa g}, \quad (2)$$

відомий як тягоозброєність рушійної системи. В (2) M_κ – маса рушійної системи, g – прискорення вільного падіння.

Відповідно до загальноприйнятої класифікації [8], розрізняють рушійні системи великої тяги, для яких $a_0 \gg 1$ і рушійні системи малої тяги, для яких $a_0 \ll 1$.

До систем великої тяги відносяться рушійні системи на основі хімічних теплових ракетних двигунів – рідинних і твердопаливних. Реактивна тяга генерується за рахунок перетворення внутрішньої теплової енергії продуктів згоряння в їх кінетичну енергію в процесі витікання через реактивне сопло. За межами атмосфери ефективна швидкість витікання для таких систем визначається формулою

$$V = \gamma \sqrt{T} \quad (3)$$

де $\gamma = \sqrt{\frac{2R_0 k}{\mu(k-1)}}$; μ – молярна маса робочого тіла, R_0 – універсальна газова стала, k – співвідношення теплоємностей, T – температура на вході в сопло. Для даного типу робочого тіла γ – це константа. Для теплових ракетних двигунів великої тяги принциповим обмеженням є обмеженість температури:

$$T \in [0, T_{\max}] \quad (4)$$

$T_{\max}$ – максимально допустима температура на вході в сопло, що визначається складом палива та конструктивними особливостями сопла.

Обмеження (4) визначає обмеженість швидкості витікання в силу (3). Внаслідок цього факту теплові двигуни великої тяги відносяться до класу двигунів обмеженої швидкості витікання [8]. Для рідинних ракетних двигунів на паливі кисень-водень величина V може доходити до 4500 м/с, для інших двигунів цього класу величина ефективної швидкості витікання є меншою. Керування рушійними системами обмеженої швидкості витікання здійснюється за рахунок регулювання подачі компонентів палива до камери згоряння.

Величина ефективної швидкості витікання є значно більшою для рушійних систем малої тяги, отже, вони є значно економічнішими. До таких рушійних систем відносяться електричні ракетні двигуни (ЕРД), які працюють від окремого джерела потужності, яке входить до складу рушійної системи. Включення маси джерела енергії до маси рушійної системи M_κ призводить до виконання нерівності $a_0 \ll 1$. Для електричних ракетних двигунів малої тяги принциповим обмеженням є обмеженість електричної потужності її джерела:

$$N \in [0, N_{\max}] \quad (5)$$

Внаслідок (5) ЕРД малої тяги відносяться до класу двигунів обмеженої потужності [8]. Для двигунів обмеженої потужності величина V перевищує 20000 м/с [5]. Керування рушійними системами обмеженої потужності здійснюється за рахунок регулювання потужності та подачі робочого тіла до двигуна.

Питання оптимального керування робочими процесами в рушійних системах на основі двигунів обмеженої потужності та обмеженої швидкості витікання, а також – побудови оптимальних

траєкторій перельотів космічних апаратів, в тому числі – міжпланетних, з такими рушійними системами, добре вивчене і висвітлене в літературі (див, наприклад [12-14]). В той же час, існують рушійні системи, які не можуть бути віднесені до означених вище двох класів рушійних систем. Це – рушійні системи на основі ядерних ракетних двигунів (ЯРД) та дворежимні рушійні системи на основі ядерного джерела потужності, до складу яких входять ядерні ракетні двигуни та електричні ракетні двигуни, що живляться від цього джерела. Відзначимо, що відповідно до класифікації [8], ЯРД відносяться до двигунів обмеженої швидкості витікання. Нижче ми проведемо розгляд математичної моделі робочих процесів в ЯРД та покажемо що така класифікація не є точною.

Основними частинами ЯРД є (рис.1, [7]): ядерний реактор, в якому відбувається нагрівання робочого тіла, реактивне сопло, система подачі робочого тіла, бак для його зберігання. Для пілотованих КА над ядерним реактором додатково розміщується радіаційний захист. Для дворежимної рушійної системи передбачена можливість використання ядерного реактора як джерела електричної потужності для живлення бортових систем КА та ЕРД малої тяги. Керування величиною тяги ЯРД може здійснюватись регулюванням теплової потужності реактора і секундної масової витрати робочого тіла (рідкого водню, LH_2).

Будемо вважати, що вся теплова потужність іде на нагрів робочого тіла, температура якого на вході до реактора настільки низька, що може вважатися нульовою. Тоді будемо мати [8, Проблеми, 2005]:

$$N = C_p q T \quad (6)$$

де N – теплова потужність ядерного реактора, C_p – питома теплоємність робочого тіла при постійному тиску. Звідси, на основі співвідношень (1) і (3), для тяги двигуна P отримаємо:

$$P = \frac{\gamma N}{C_p \sqrt{T}} \quad (7)$$

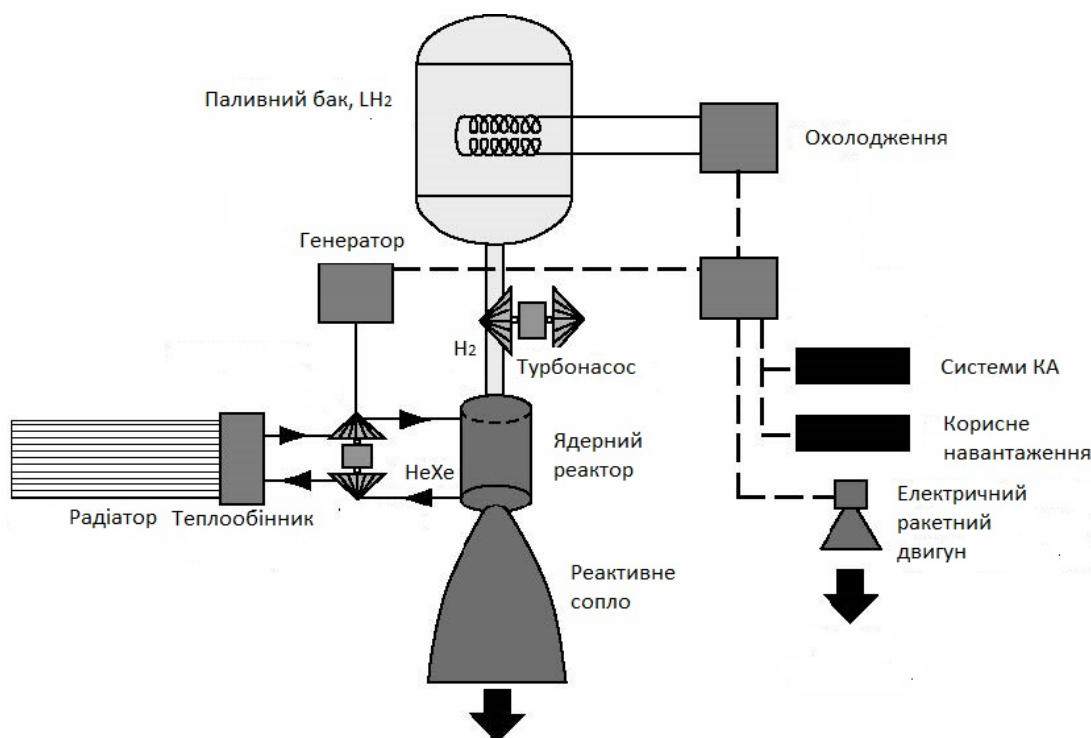


Рисунок 1 – Схема дворежимної рушійної системи на основі ядерного джерела потужності
Figure 1 – Scheme of bimodal propulsion system based on nuclear power source

Обмеження, що їм підкоряються робочі процеси у двигуні, мають вигляд:

$$N \in [N_{\min}, N_{\max}]; q \in [q_{\min}, q_{\max}]; T \in [T_{\min}, T_{\max}] \quad (8)$$

Значення $N_{\max}, T_{\max}, q_{\max}$ визначаються конструкцією двигуна, для $N_{\min}$ приймемо таку оцінку [15], величини $T_{\min}, q_{\max}$ визначаються з формули (6) через $N_{\min}, T_{\max}, q_{\max}$:

$$q_{\min} = \frac{N_{\min}}{C_p T_{\max}}, T_{\min} = \frac{N_{\min}}{C_p q_{\max}}; \quad (9)$$

З цим урахуванням систему обмежень на роботу двигуна остаточно запишемо:

$$N \in [N_{\min}, \min(N_{\max}, C_p T_{\max} q)], q \in [q_{\min}, q_{\max}]; \quad (10)$$

При цьому, N і q є функціями керування, внаслідок зміни яких регулюється реактивна тяга. Загальний вигляд множини допустимих керувань на площині (q, N) показано на рис. 2. При цьому значення керувань $q = q_{\max}$ відповідає максимуму тяги, а значення $q = q_D, q_D = N_{\max} / (C_p T_{\max})$ – максимуму ефективної швидкості витікання.

Таким чином, для ЯРД прямі обмеження накладені як на температури на вході до сопла, а отже і на швидкість витікання, так і на теплову потужність. В такому розумінні ЯРД є двигуном обмеженої швидкості витікання і обмеженої потужності. Крім того, тягоозброєність рушійних систем на основі ЯРД не задовольняє ні умові великої тяги $a_0 \gg 1$, ні умові малої тяги $a_0 \ll 1$. Таким чином, ЯРД не можна віднести до жодного з двох класів рушійних систем відповідно до [8]. З точки зору можливостей використання, передбачається, що ЯРД будуть використовуватися для маневрів, що відбуваються за межами атмосфери планет і тривають десятки хвилин [5]. Це значно звужує можливості застосування класичної імпульсної апроксимації для оптимізації траєкторій КА з ЯРД.

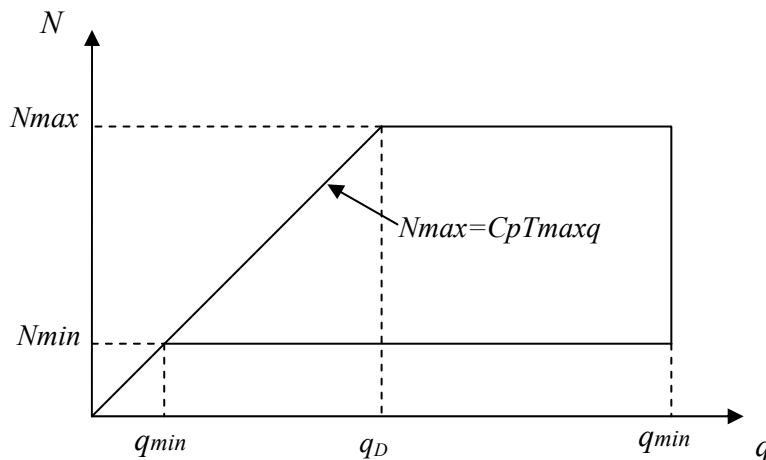


Рисунок 2 – Множина допустимих керувань тягою ЯРД
Figure 2 – Admissible control set for NRE

Дворежимні рушійні системи на основі ядерних реакторів призначені для поєднання переваг рушійних систем великої тяги (швидкість виконання маневрів) і малої тяги (ефективність виконання маневрів), що є принциповим, насамперед, у випадку пілотованих міжпланетних експедицій. Комбінування участі ЯРД та ЕРД при формуванні траєкторії можливе за рахунок оптимального розподілу характеристичної швидкості між цими ділянками. Наприклад, для траєкторії міжпланетного перельоту можна припустити, що вона складається з трьох ділянок (дві планетоцентричних та геліоцентрична ділянки) (рис.3). При цьому застосування потужних ЯРД передбачається для здійснення маневрів в сферах впливу планет старту і призначення (планетоцентричні ділянки) [10]. На планетоцентричних ділянках рух відбувається по гіперболічних планетоцентричних орбітах з асимптотичними швидкостями $\vec{v}_{\infty}^e, \vec{v}_{\infty}^m$, відповідно, для планети старту і

призначення. Рух на геліоцентричній ділянці здійснюється за допомогою ЕРД малої тяги. В разі відсутності ділянки малої тяги, рух відбувається за кеплеровою дугою, яка визначається геліоцентричними швидкостями $\vec{v}_{\infty t}^e$ і $\vec{v}_{\infty t}^m$ (показана штриховою лінією). При цьому $\vec{v}_{orb}^e$ і $\vec{v}_{orb}^m$ – орбітальні швидкості планет старту і призначення (Землі і Марсу). Маневр з малою тягою дозволяє зменшити паливні витрати на ділянках роботи ЯРД за рахунок зменшення асимптотичних швидкостей гіперболічних орбіт порівняно з випадком міжпланетного перельоту без ділянки малої тяги. Різниця між швидкостями $\vec{v}_{\infty t}^e - \vec{v}_{\infty}^e$ і $\vec{v}_{\infty t}^m - \vec{v}_{\infty}^m$ компенсується роботою ЕРД, двигуна більш економічного ніж ЯРД. При цьому включення ділянки малої тяги буде ефективним лише в тому випадку, коли маса зекономленого палива перевищить масу рушійної системи малої тяги. Задача оптимального комбінування великої та малої тяги полягає у розподілі масових витрат на генерування тяги (що включає паливні витрати і масу рушійної системи) між ділянками великої та малої тяги з метою максимізації корисного навантаження при заданих стартовій масі КА і часі виконання маневру [10,11]. Параметри, що оптимізуються і визначають розподіл паливних витрат, є вектори швидкостей $\vec{v}_{\infty}^e = (v_{\infty x}^e, v_{\infty y}^e)$ і $\vec{v}_{\infty}^m = (v_{\infty x}^m, v_{\infty y}^m)$.

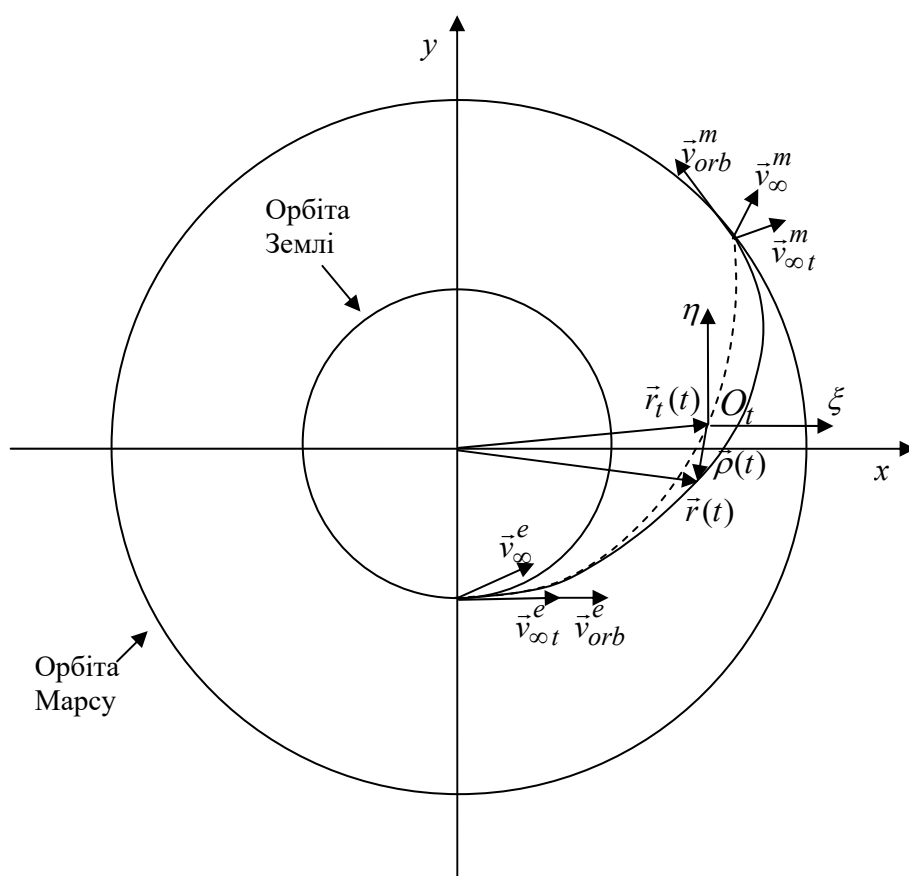


Рисунок 3 – Схема міжпланетного перельоту Земля-Марс
Figure 3 – Scheme of Earth-Mars interplanetary transfer

Висновки

Планування міжпланетних пілотованих експедицій до планет Сонячної системи у найближчому майбутньому передбачає використання рушійних систем на основі ядерних джерел енергії. Ядерні ракетні двигуни, як об'єкти керування, відносяться до окремого класу космічних рушійних систем, оскільки є двигунами обмеженої швидкості витікання і обмеженої потужності. Крім того, для розрахунку оптимальних траєкторій космічних апаратів з ЯРД не можуть прямо застосовуватися підходи, загальноприйняті при розрахунку оптимальних траєкторій КА ані з двигунами великої ані малої тяги. Врахування обмеженості тяги ЯРД робить необхідним розгляд задач оптимального керування рухом КА на активних ділянках траєкторії замість спрощеного підходу імпульсної апроксимації.

Наявність ядерного реактора, як джерела потужності, в складі ЯРД відкриває можливості включення до складу рушійної системи додаткових ЕРД малої тяги (разом з відповідними системами живлення, перетворення енергії та охолодження). Така модифікація рушійної системи буде ефективною в тому випадку, коли маса палива, заощадженого за рахунок використання ЕРД, перевищить масу зазначених додаткових компонентів рушійної системи.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. National Research Council Report. (2014) Pathways to Exploration – Rationales and Approaches for a U.S. Program of Human Space Exploration The National Academy Press, Washington, D.C., www.nap.edu.
2. NASA. (2015) NASA's Journey to Mars: Pioneering Next Steps in Space Exploration. In: National Aeronautic Space Administration (October 2015).
3. SpaceX and E. Musk. (2019) Starship update. In: SpaceX presentation slides, presented by Elon Musk (October 2019). Retrieved from <https://www.youtube.com/watch?v=3N7L8Xhkzqo>.
4. Lockheed Martin Corporation. (2019) IAC2019 – Moon to Mars. Retrieved from: <https://www.lockheedmartin.com/en-us/news/features/2019-features/moon-mars-iac.html>.
5. National Academies of Sciences, Engineering, and Medicine. (2021). Space Nuclear Propulsion for Human Mars Exploration. Washington, DC: The National Academies Press. <https://doi.org/10.17226/25977>.- 79P.
6. Burke, L.M., Borowski, S.K., McCurdy D.R., Packard, Th.W. (2013), A One-year, Short-Stay Crewed Mars Mission Using Bimodal Nuclear Electric Propulsion (BNTEP) – A Preliminary Assessment, Conference Proceedings, NASA/TM-2013-216568, Retrieved from <https://ntrs.nasa.gov/api/citations/20140009579/downloads/20140009579.pdf>.
7. Zampino E.J., Cataldo R. (2004) The Challenge of Space Nuclear Propulsion and Power Systems Reliability Reliability and Maintainability, 2004 Annual Symposium – RAMS, DOI:10.1109/RAMS.2004.1285487, pp. 431-436.
8. Grodzovsky G.L., Ivanov Yu.N., Tokarev V.V. (1975) *Mehanika kosmicheskogo poliota. Problemy optimizatsii* [Mechanics of space flight. Optimization problems]. M: Nauka. 1975. 704P.
9. Taylor B.D. & Emrich W.J. (2016) Nuclear Thermal Propulsion: Engines and Missions 52nd AIAA/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, Salt Lake City, UT, July 25-27, 2016, AIAA Paper, 2016-4885.- 15P.
10. Kharytonov O.M. & Kiforenko B.M. (2011) Finite-thrust optimization of interplanetary transfers of space vehicle with bimodal nuclear thermal propulsion. *Acta Astronautica*, 69 (2011), pp. 223-233.
11. Kharitonov, A.M. (2013) Application of the Modified Method of Transporting Trajectory to Optimize Interplanetary Transfers Combining Low and High Thrust. *International Applied Mechanics*, Vol. 49, No 5, 2013, pp. 597-607.
12. Kiforenko, B.N. (2017) *Singulyarnye optimalnye upravleniya v mehanike kosmicheskogo poliota* [Singular optimal controls in the mechanics of space flight]. Kyiv Naukova dumka 177P.
13. Landau, D.F. & Longuski J.M. (2006), Trajectories for Human Missions to Mars, Part 1: Impulsive Trajectories, *Journal of Spacecrafts and Rockets*. Vol. 43, No. 5, pp/1036-1042, DOI: 10.2514/1.21954.
14. Landau, D.F. & Longuski J.M. (2006), Trajectories for Human Missions to Mars, Part 2: Low Thrust Transfers, *Journal of Spacecrafts and Rockets*. Vol. 43, No. 5, pp. 1043-1047, DOI: 10.2514/1.21954.
15. Kharitonov, A.M. (2005) K problem optimizatsii orbitalnyh manevrov kosmicheskiv apparatov s yadernymi raketnymi dvigatelyami [To the problem of optimization of orbital maneuvers of spacecrafts with nuclear rocket engines] *Problemy upravleniya i informatiki – Problems of control and computer science*, 2005, №5.-pp.120-135.

REFERENCES

1. National Research Council Report. (2014) Pathways to Exploration – Rationales and Approaches for a U.S. Program of Human Space Exploration The National Academy Press, Washington, D.C., www.nap.edu.
2. NASA. (2015) NASA's Journey to Mars: Pioneering Next Steps in Space Exploration. In: National Aeronautic Space Administration (October 2015).
3. SpaceX and E. Musk. (2019) Starship update. In: SpaceX presentation slides, presented by Elon Musk (October 2019). Retrieved from <https://www.youtube.com/watch?v=3N7L8Xhkzqo>.

4. Lockheed Martin Corporation. (2019) IAC2019 – Moon to Mars. Retrieved from: <https://www.lockheedmartin.com/en-us/news/features/2019-features/moon-mars-iac.html>.
5. National Academies of Sciences, Engineering, and Medicine. (2021). Space Nuclear Propulsion for Human Mars Exploration. Washington, DC: The National Academies Press. <https://doi.org/10.17226/25977>.- 79P.
6. Burke, L.M., Borowski, S.K., McCurdy D.R., Packard, Th.W. (2013), A One-year, Short-Stay Crewed Mars Mission Using Bimodal Nuclear Electric Propulsion (BNTEP) – A Preliminary Assessment, Conference Proceedings, NASA/TM-2013-216568, Retrieved from <https://ntrs.nasa.gov/api/citations/20140009579/downloads/20140009579.pdf>.
7. Zampino E.J., Cataldo R. (2004) The Challenge of Space Nuclear Propulsion and Power Systems Reliability Reliability and Maintainability, 2004 Annual Symposium – RAMS, DOI:10.1109/RAMS.2004.1285487, pp. 431-436.
8. Grodzovsky G.L., Ivanov Yu.N., Tokarev V.V. (1975) *Mehanika kosmicheskogo poliota. Problemy optimizatsii* [Mechanics of space flight. Optimization problems]. M: Nauka. 1975. 704P.
9. Taylor B.D. & Emrich W.J. (2016) Nuclear Thermal Propulsion: Engines and Missions 52nd AIAA/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, Salt Lake City, UT, July 25-27, 2016, AIAA Paper, 2016-4885.- 15P.
10. Kharytonov O.M. & Kiforenko B.M. (2011) Finite-thrust optimization of interplanetary transfers of space vehicle with bimodal nuclear thermal propulsion. *Acta Astronautica*, 69 (2011), pp. 223-233.
11. Kharitonov, A.M. (2013) Application of the Modified Method of Transporting Trajectory to Optimize Interplanetary Transfers Combining Low and High Thrust. *International Applied Mechanics*, Vol. 49, No 5, 2013, pp. 597-607.
12. Kiforenko, B.N. (2017) *Singulyarnye optimalnye upravleniya v mehanike kosmicheskogo poliota* [Singular optimal controls in the mechanics of space flight]. Kyiv Naukova dumka 177P.
13. Landau, D.F. & Longuski J.M. (2006), Trajectories for Human Missions to Mars, Part 1: Impulsive Trajectories, *Journal of Spacecrafts and Rockets*. Vol. 43, No. 5, pp/1036-1042, DOI: 10.2514/1.21954.
14. Landau, D.F. & Longuski J.M. (2006), Trajectories for Human Missions to Mars, Part 2: Low Thrust Transfers, *Journal of Spacecrafts and Rockets*. Vol. 43, No. 5, pp. 1043-1047, DOI: 10.2514/1.21954.
15. Kharitonov, A.M. (2005) K problem optimizatsii orbitalnyh manevrov kosmicheskiv aparatov s yadernymi raketnymi dvigatelyami [To the problem of optimization of orbital maneuvers of spacecrafts with nuclear rocket engines] *Problemy upravleniya i informatiki – Problems of control and computer science*, 2005, №5.-pp.120-135.

РЕФЕРАТ

Харитонов Л.В. Математичне моделювання і оптимізація маневрів космічних апаратів з ядерними джерелами потужності / Л.В. Харитонов, О.Г. Куценко, О.М. Харитонов, О.А. Шумейко // Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки». Науковий журнал. – К. : НТУ, 2023. – Вип. 1 (55).

Об'єкт дослідження – рушійні системи космічних апаратів.

Мета роботи – опис математичних моделей та підходів до оптимізації робочих параметрів космічних рушійних систем на основі ядерного джерела енергії.

Метод дослідження – математичне моделювання, теорія оптимального керування, варіаційне числення.

В статті розглянуті підходи до математичного моделювання перспективних космічних рушійних систем на основі ядерних джерел енергії, призначених для здійснення пілотованих міжпланетних експедицій. З огляду на проблеми психологічного характеру, вплив космічного опромінювання, ефекти нульової гравітації, реалізація пілотованих експедицій висуває жорсткі вимоги, з одного боку, до часу виконання маневру, а з другого до його ефективності, з точки зору маси корисного навантаження. Показано, що таким вимогам можуть задовольнити дворежимні рушійні системи, здатні працювати в режимах великої та малої тяги з використанням спільного ядерного джерела енергії. Маневри великої тяги формують планетоцентричні ділянки траєкторії, маневр малої тяги реалізується на геліоцентричній ділянці. Розглянуті математичні моделі ядерних ракетних двигунів великої тяги та двигунів малої, як об'єктів керування. Показано, що ядерні ракетні двигуни великої тяги, як об'єкти керування, відносяться до окремого класу двигунів обмеженої

швидкості витікання і обмеженої потужності. Для цього класу визначені функції керування і обмеження, накладені на них.

Загальна задача оптимізації міжпланетного перельоту при комбінуванні великої та малої тяги сформульована як задача оптимізації розподілу затрат характеристичної швидкості між маневрами з великою та малою тягою. При цьому, урахування обмеженості тяги на ділянці великої тяги веде до постановки задачі оптимізації, як задачі оптимального керування динамічною системою з розривами, рух якої відбувається в двох фазових просторах. Для спрощення можливе застосування імпульсної апроксимації ділянок великої тяги. Для моделювання руху з малою тягою застосовується модель ідеального двигуна обмеженої потужності, застосування якої дозволяє розділити динамічну та параметричну частини задачі оптимізації. Показано, що для отримання аналітичного розв'язку динамічної частини задачі можна застосувати метод транспортуючої траєкторії. Реалізація даного підходу разом з застосування імпульсної апроксимації ділянок великої тяги зводить загальну задачу оптимального керування до задачі мінімізації функції кількох змінних. При цьому незалежними змінними, що визначаються при її розв'язанні, є компоненти векторів швидкостей космічного апарату на сферах впливу планет старту і призначення.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ, РУШІЙНА СИСТЕМА ВЕЛИКОЇ ТЯГИ, РУШІЙНА СИСТЕМА МАЛОЇ ТЯГИ, МІЖПЛАНЕТНИЙ ПЕРЕЛІТ, ОПТИМІЗАЦІЯ.

ABSTRACT

Kharytonova L.V., Kutsenko O.G., Kharytonov O.M., Shumeyko O.A. mathematical modelling and optimization of maneuvers of spacecraft with nuclear power sources. Visnyk National Transport University. Series «Technical sciences». Scientific journal. – Kyiv: National Transport University, 2023. – Issue 1 (55).

The paper focuses on the propulsion systems of space vehicles.

The purpose of the work is to describe mathematical models and approaches to optimizing the operating parameters of space propulsion systems based on a nuclear energy source.

The research method is mathematical modeling, optimal control theory, variational calculus.

The article discusses approaches to mathematical modeling of promising space propulsion systems based on nuclear energy sources intended for manned interplanetary expeditions. Due to psychological problems, the influence of cosmic radiation, the effects of zero gravity, the implementation of manned expeditions imposes strict requirements, on the one hand, on the time of the maneuver, and on the other hand, on its efficiency, from the point of view of the mass of the payload. It is shown that such requirements can be satisfied by bimodal propulsion systems capable of operating in high and low thrust modes using a common nuclear energy source. High-thrust maneuvers form planet-centric arcs of the trajectory, low-thrust maneuvers are implemented on the heliocentric arc. Mathematical models of high-thrust nuclear rocket engines and low-thrust engines as control objects are considered. It is shown that high-thrust nuclear rocket engines, as control objects, belong to a separate class of engines with limited specific impulse and limited power. Control functions and restrictions imposed on them are defined for this class. The general problem of interplanetary flight optimization with a combination of high and low thrust is formulated as a problem of optimizing the distribution of the Δv budget between the maneuvers with high and low thrust. At the same time, taking into account the finite-thrust limitation on the high thrust maneuver leads to the formulation of an optimization problem, as a problem of optimal control. According to the approach [12], the general optimization problem for interplanetary transfer is formulated as an optimal-control problem for a dynamic system with a discontinuous right-hand side and phase space change. For simplification, it is possible to use the impulse approximation of high thrust active arcs. A model of an ideal engine of limited power is used to simulate low-thrust motion, the use of which allows to separate the dynamic and parametric parts of the optimization problem. It is shown that the method of the transporting trajectory can be used to obtain an analytical solution of the dynamic part of the problem. The implementation of this approach together with the application of impulse approximation of high thrust active arcs reduces the general problem of optimal control to the problem of minimizing a function of several variables. For this problem the independent variables are the components of the spacecraft's velocity vectors on the spheres of influence of the starting and destination planets.

KEYWORDS: MATHEMATICAL MODEL, HIGH THRUST PROPULSION SYSTEM, LOW THRUST PROPULSION SYSTEM, INTERPLANETARY TRANSFER, OPTIMIZATION.

АВТОРИ:

Харитоновна Леся Василівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Національний транспортний університет, доцент кафедри інформаційних систем і технологій, e-mail: kharytonova-lv@ukr.net, тел. +380508001412, Україна, 01010, м. Київ, вул. М. Омеляновича-Павленка, 1, к. 347а, orcid.org/0000-0002-0108-6702

Куценко Олексій Григорович, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, доцент кафедри комп'ютерних методів механіки і процесів керування, e-mail: alex_kutz@ukr.net, тел.+380973775563, Україна, 03127, м. Київ, просп. Академіка Глушкова, 4е, к. 402, orcid.org/0000-0001-5089-0409

Харитонов Олексій Михайлович, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, доцент кафедри комп'ютерних методів механіки і процесів керування, e-mail: kharytonov@knu.ua, тел.+380504419162, Україна, 03127, м. Київ, просп. Академіка Глушкова, 4е, к.402, orcid.org/0000-0002-6529-7736

Шумейко Олексій Андрійович, Національний транспортний університет, доцент кафедри інформаційних систем і технологій, e-mail: shumeiko.ntu.edu.ua@gmail.com, тел. +380664455347, Україна, 01010, м. Київ, вул. М. Омеляновича-Павленка, 1, к. 347а, orcid.org/0000-0003-2897-060X

AUTHOR:

Kharytonova Lesia V., Candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor, National Transport University, associate professor of The Department of Informative Systems and Technologies, e-mail: kharytonova-lv@ukr.net, tel. +380508001412, Ukraine, 01010, Kyiv, M. Omelianovycha-Pavlenka str. 1, of. 347a, orcid.org/0000-0002-0108-6702

Kutsenko Oleksii G., Candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor, Taras Shevchenko National University of Kyiv, associate professor of professor of the department of computer methods of mechanics and control processes, e-mail: alex_kutz@ukr.net, tel.+380973775563, Ukraine, 03127, Kyiv, Ave. Academician Glushkov, 4e, of. 402, orcid.org/0000-0001-5089-0409

Kharytonov Oleksii M. Candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor, Taras Shevchenko National University of Kyiv, associate professor of the department of computer methods of mechanics and control processes, e-mail: kharytonov@knu.ua, tel.+380504419162, Ukraine, 03127, Kyiv, Ave. Academician Glushkov, 4e, of. 402, orcid.org/0000-0002-6529-7736

Shumeiko Oleksiy A., National Transport University, associate professor of The Department of Informative Systems and Technologies, e-mail: shumeiko.ntu.edu.ua@gmail.com, tel. +380664455347, Ukraine, 01010, Kyiv, M. Omelianovycha-Pavlenka str. 1, of. 347a, orcid.org/0000-0003-2897-060X

РЕЦЕНЗЕНТИ:

Мельниченко О.І., кандидат технічних наук, професор, завідувач кафедри виробництва, ремонту та матеріалознавства Національного транспортного університету, Київ, Україна

Лимарченко О.С., доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри комп'ютерних методів механіки і процесів керування механіко-математичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка, Київ, Україна

REVIEWER:

Melnichenko O.I., Candidate of Technical Sciences, Professor, head of the Department of production, repair and materials science, National Transport University, Kyiv, Ukraine

Lymarchenko O.S., Doctor of Technical Sciences, Professor, head of the Department of computer methods of mechanics and control processes, faculty of mechanics and mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine