

**МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНОГО
СТАНУ ПРИ ПЕРЕМІЩЕННІ ЖОРСТКОГО КРУГОВОГО
ДИСКУ У П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНОМУ ПРОСТОРИ**

Кирилюк В.С., Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАНУ, Київ, Україна, kirilyuk_v@ukr.net, orcid.org/0000-0002-8513-0378

Левчук О.І., Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАНУ, Київ, Україна, 2013levchuk@gmail.com, orcid.org/0000-0002-6514-6225

Гавриленко В.В. Національний транспортний університет, Київ, Україна, v_gavr@ukr.net, orcid.org/0000-0001-9682-4204

Вітер М.Б., Національний транспортний університет, Київ, Україна, mbviter@gmail.com, orcid.org/0000-0003-4109-005X

**MATHEMATICAL AND COMPUTER SIMULATION OF THE STRESS STATE CAUSED
BY THE DISPLACEMENT OF A RIGID CIRCLE DISC IN A PIEZOELECTRIC SPACE**

Kirilyuk V.S., S.P. Timoshenko Institute of mechanics of NAS of Ukraine, Kyiv, Ukraine, kirilyuk_v@ukr.net, orcid.org/0000-0002-8513-0378

Levchuk O.I., Ph.D., S.P. Timoshenko Institute of mechanics of NAS of Ukraine, Kyiv, Ukraine, 2013levchuk@gmail.com, orcid.org/0000-0002-6514-6225

Gavrilenko V.V., National Transport University, Kyiv, Ukraine, v_gavr@ukr.net, orcid.org/0000-0001-9682-4204

Viter M.B., National Transport University, Kyiv, Ukraine, mbviter@gmail.com, orcid.org/0000-0003-4109-005X

Постановка проблеми. Широке використання п'єзoeлектричних матеріалів (смарт-матеріалів) при створенні перетворювачів енергії та елементів вимірювальних приладів для різних галузей промисловості обумовлює значний інтерес до аналізу силових і електричних полів у електропружних тілах поблизу концентраторів напружень. В той же час, дослідження розподілу напружень на основі розв'язків просторових задач електропружності для анізотропних п'єзoeлектричних тіл для строгої математичної моделі, яка враховує зв'язаність силових і електричних полів, суттєво ускладнюється. У такій постановці виникає необхідність розв'язувати граничну задачу для системи рівнянь, що має значно складнішу структуру (у порівнянні з системою рівнянь теорії пружності). Зауважимо, що, на відміну від досліджень задач про напружений стан для чисто пружних трансверсально-ізотропних тіл, просторові задачі електропружності у строгій постановці досліджено зі значно меншою повнотою. В той же час, при значному впливі зв'язаності силових і електричних полів на напружений стан використання спрощуючих гіпотез та спрощених підходів може призвести до значних похибок в аналізі результатів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Проблеми зв'язаних силових і електричних полів у анізотропних п'єзoeлектричних матеріалах вивчалися у низці наукових робіт вітчизняних і закордонних авторів, в тому числі Л. Дао [1], А. Ходеса [2], С. Калоєрова [3], В. Карнаухова [4], В. Кирилюка [5, 6], О. Левчук [7], Ю. Подільчука [8, 9], М. Зао [10] та інших, проблеми аналізу напруженого стану у чисто пружних трансверсально-ізотропних тіл при переміщенні жорсткого диску - у роботах А. Селвадураї [11, 12] та інших.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. На сьогодні використання п'єзoeлектричних матеріалів у різних галузях промисловості (сенсори, перетворювачі енергії, актуатори) стимулює інтерес до дослідження розподілу напружень у електропружних тілах поблизу концентраторів напружень типу порожнин, включень, тріщин, що дозволить прогнозувати міцність та надійність елементів конструкцій на основі п'єзoeлектричних матеріалів за наявності можливих дефектів. Важливим є і оцінка впливу зв'язаності силових і електричних полів на напружений стан для конкретних п'єзoeлектричних матеріалів, оскільки при значному впливі зв'язаності полів спроби використання спрощених підходів та теорій призведуть до значних похибок в оцінці розподілу напружень. Однією з невирішених проблем є задача про переміщення жорсткого диску у

п'єзоелектричному просторі, математичне та комп'ютерне моделювання напруженого стану поблизу диска

Мета статті. Основною метою написання статті є розв'язання нової проблеми про переміщення жорсткого круглого диска у п'єзоелектричному матеріалі на основі строгої математичної моделі, яка враховує зв'язаність силових і електричних полів. Аналітичний розв'язок задачі і подальше комп'ютерне моделювання дозволять отримати достовірну оцінку розподілу напружень у електропружному матеріалі під жорстким диском, дослідити вплив зв'язаності силових і електричних полів на напружений стан для конкретних п'єзоелектричних матеріалів.

Виклад основного матеріалу.

Постановка задачі. Розглянемо математичну модель, за допомогою якої вивчимо розподіл напружень, що виникає при переміщенні жорсткого кругового диска у п'єзоелектричному трансверсально-ізотропному просторі вздовж осі симетрії матеріалу (рис. 1).

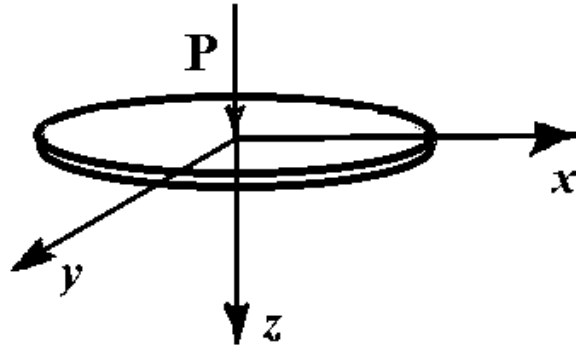


Рисунок 1 – Переміщення жорсткого кругового диска вздовж осі симетрії п'єзоелектричного матеріалу
Figure 1 – Displacement of rigid circle disc along the symmetry axis of piezoelectric material

Припускаємо, що площина $z = 0$ (рис. 1) у електропружному трансверсально-ізотропному просторі, у якій розміщується жорсткий круговий диск, що займає область Ω , є перпендикулярною осі симетрії електропружного трансверсально-ізотропного матеріалу. Також вважаємо, що двостороння поверхня жорсткого диска не містить електродного покриття (є неелектродованою). Під дією сили P круговий диск здійснює переміщення w_0 вздовж осі Oz . Граничні умови у площині $z = 0$ приймають наступний вигляд:

$$u_z = w_0, (x, y) \in \Omega, \quad \sigma_{zz} = 0, (x, y) \notin \Omega; \quad u_x = u_y = 0, z = 0; \quad (1)$$

$$D_z(x, y) = 0, z = 0, \quad (2)$$

де $\Omega: x^2/a^2 + y^2/a^2 \leq 1$, D_z – нормальна компонента вектора електричної індукції (електричних переміщень). Умова (2) по електричному стану відповідає випадку відсутності електричного покриття на поверхні кругового диска.

Основні рівняння і співвідношення. Рівняння статки електропружності для п'єзоелектричного трансверсально-ізотропного тіла стосовно компонентів вектора переміщень і електричного потенціалу Ψ приймають наступний вигляд [8, 9]:

$$\begin{aligned} & + (e_{31} + e_{15})\Psi_{,xz} = 0; \\ & c_{11}^E u_{,yy} + \frac{1}{2}(c_{11}^E - c_{12}^E)u_{,xx} + c_{44}^E u_{,zz} + \frac{1}{2}(c_{11}^E + c_{12}^E)u_{,xy} + (c_{13}^E + c_{44}^E)u_{,yz} + \\ & + (e_{31} + e_{15})\Psi_{,yz} = 0; \\ & (c_{13}^E + c_{44}^E)(u_{,xz} + u_{,yz}) + c_{44}^E(u_{,zx} + u_{,zy}) + c_{33}^E u_{,zz} + \\ & + e_{15}(\Psi_{,xx} + \Psi_{,yy}) + e_{33}\Psi_{,zz} = 0; \\ & (e_{31} + e_{15})(u_{,xz} + u_{,yz}) + e_{15}(u_{,zx} + u_{,zy}) + e_{33}u_{,zz} - \end{aligned}$$

$$-\varepsilon_{11}^S(\Psi_{,xx} + \Psi_{,yy}) - \varepsilon_{33}^S \Psi_{,zz} = 0. \quad (3)$$

В рівняннях (3) використані наступні позначення: $c_{11}^E, c_{12}^E, c_{13}^E, c_{33}^E, c_{44}^E$ - незалежні модулі пружності; e_{31}, e_{15}, e_{33} - п'єзомодулі; $\varepsilon_{11}^S, \varepsilon_{33}^S$ - діелектричні проникності. Отже, електропружні властивості п'єзоелектричного трансверсально-ізотропного матеріалу описуються за допомогою десяти незалежних сталих.

Розв'язок системи рівнянь (3) згідно [8] можна представити за допомогою чотирьох потенціальних функцій Φ_j ($j = 1, 4$)

$$u_x = \sum_{j=1}^3 \Phi_{j,x} + \Phi_{4,y}; \quad u_y = \sum_{j=1}^3 \Phi_{j,y} - \Phi_{4,x}; \quad u_z = \sum_{j=1}^3 k_j \Phi_{j,z}; \quad \Psi = \sum_{j=1}^3 l_j \Phi_{j,z}, \quad (4)$$

де k_j, l_j - деякі сталі, а функції Φ_j задовольняють рівнянням

$$\Phi_{j,xx} + \Phi_{j,yy} + \nu_j \Phi_{j,zz} = 0 \quad (j=1, 2, 3), \quad (5)$$

$\nu_4 = 2c_{44}^E / (c_{11}^E - c_{12}^E)$, а значення ν_i ($i = 1, 2, 3$) згідно [8] є коренями наступного алгебраїчного рівняння третього порядку:

$$\nu^3(A_1 B_2 - C_1 D_2) + \nu^2(A_1 B_3 + A_2 B_2 - C_1 D_3 - C_2 D_2) + \nu(A_2 B_3 + A_3 B_2 - C_2 D_3 - C_3 D_2) + A_3 B_3 - C_3 D_3 = 0. \quad (6)$$

Значення k_j, l_j у виразах (4) пов'язані зі значеннями ν_j , що входять до рівнянь (5) та визначаються з алгебраїчного рівняння (6), наступними співвідношеннями:

$$\frac{a_j + c_{13}^E k_j + e_{31} l_j}{c_{11}^E} = \frac{c_{33}^E k_j + e_{33} l_j}{c_{13}^E + a_j} = \frac{c_{33}^E k_j - \varepsilon_{33}^S l_j}{e_{31} + d_j} = \nu_j \quad (j = 1, 2, 3), \quad (7)$$

$$a_j = c_{44}^E (1 + k_j) + e_{15} l_j; \quad d_j = e_{15} (1 + k_j) - \varepsilon_{11}^S l_j \quad (j = 1, 2, 3, 4), \quad (8)$$

де вирази (7), (8) використовуються при подальших обчисленнях.

Зауважимо, що при введенні позначень $z_j = z n_j^{-1/2}$ ($j = \overline{1,4}$) функції $\Phi_1(x, y, z_1)$, $\Phi_2(x, y, z_2)$, $\Phi_3(x, y, z_3)$, $\Phi_4(x, y, z_4)$ згідно виразів (5) стають гармонічними функціями у відповідних системах координат.

Метод розв'язання. При побудові розв'язку граничної задачі електропружності для п'єзоелектричного матеріалу скористаємося представленням (4) - (8). Функції $\Phi_i(x, y, z_i)$ візьмемо у вигляді

$$\Phi_i(x, y, z_i) = \alpha_i^* f(x, y, z_i), \quad (i=1, 2, 3); \quad \Phi_4 \equiv 0,$$

де α_i^* - невідомі сталі, $f(x, y, z)$ - гармонічна функція виду

$$f(x, y, z) = \int_{\xi}^{\infty} [z - z(s)] \frac{ds}{\sqrt{(a^2 + s)(a^2 + s)s}}, \quad (9)$$

Де $z(s) = \sqrt{s} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2 + s} - \frac{y^2}{a^2 + s}}$, ξ - еліпсоїдальна координата.

Для цієї функції маємо

$$\partial f / \partial z = \int_{\xi}^{\infty} \frac{ds}{\sqrt{(a^2 + s)(a^2 + s)s}}.$$

З граничних умов (1)-(3), використовуючи (9), отримуємо

$$\sum_{j=1}^3 \alpha_j^* = 0; \quad \sum_{j=1}^3 \alpha_j^* [e_{15}(1 + k_j) - \varepsilon_{11}^s l_j] = 0; \quad \sum_{j=1}^3 \alpha_j^* \frac{k_j}{\sqrt{v_j}} \frac{\pi}{a} = w_0. \quad (10)$$

Введемо нові невідомі $\alpha_j = \alpha_j^* \pi / (a w_0)$. Тоді з системи (10) для пошуку невідомих α_j ($j = \overline{1, 3}$) маємо

$$\sum_{j=1}^3 \alpha_j = 0; \quad \sum_{j=1}^3 \alpha_j [e_{15}(1 + k_j) - \varepsilon_{11}^s l_j] = 0; \quad \sum_{j=1}^3 \alpha_j \frac{k_j}{\sqrt{v_j}} = 1 \quad (11)$$

Після подальших обчислень, використовуючи (9), отримуємо вирази напружень під круговим диском (при його переміщенні вздовж осі симетрії) у вигляді

$$\sigma_{zz}(x, y, 0^{\pm}) = \mp \frac{\sum_{j=1}^3 \alpha_j [c_{44}^E(1 + k_j) + e_{15} l_j]}{\sum_{j=1}^3 \alpha_j \frac{k_j}{\sqrt{v_j}}} \times \left\{ -\frac{2 w_0}{a \pi} \left[1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2} \right]^{-1/2} \right\}$$

або

$$\sigma_{zz}(r, \theta, 0^{\pm}) = \mp \frac{\sum_{j=1}^3 \alpha_j [c_{44}^E(1 + k_j) + e_{15} l_j]}{\sum_{j=1}^3 \alpha_j \frac{k_j}{\sqrt{v_j}}} \times \left\{ -\frac{2 w_0}{\pi} \frac{1}{\sqrt{a^2 - r^2}} \right\} \quad (12)$$

За допомогою формули (12) зв'язок між переміщенням кругового диска та прикладеної до нього сили отримаємо у вигляді

$$P = \iint_{\Omega} [(\sigma_{zz})_{z=0^-} - (\sigma_{zz})_{z=0^+}] dx dy = \frac{\sum_{j=1}^3 \alpha_j [c_{44}^E(1 + k_j) + e_{15} l_j]}{\sum_{j=1}^3 \alpha_j \frac{k_j}{\sqrt{v_j}}} 8 a w_0. \quad (13)$$

З виразу (13) видно, що співвідношення між прикладеною силою і переміщенням у п'єзоелектричному просторі залежить від електропружних властивостей п'єзоелектричного матеріалу та геометричних параметрів жорсткого диска. Відзначимо, що при граничному переході до чисто пружного трансверсально-ізотропного матеріалу з виразів (12), (13) випливають результати роботи [11].

Аналіз результатів числових досліджень. За допомогою отриманих аналітичних виразів вивчимо розподіл напружень під жорстким диском, а також вплив зв'язаності силових і електричних полів на переміщення диску у матеріалі. Skorистаємось даними роботи [5], у якій наведено властивості ряду п'єзокерамічних матеріалів.

Після проведення обчислень отримуємо, що для того, щоб здійснити переміщення жорсткого диску кругової форми на одне й теж значення вздовж осі симетрії матеріалу для різних п'єзоелектричних матеріалів потрібно прикласти різні значення сили P . Так, сила P для матеріалів PZT-7A, PZT-5H перевищує її відповідне значення для здійсненні такого ж переміщення у матеріалі PZT-5 на 26,02%, 36,81%.

Вивчимо також вплив зв'язаності силових і електричних полів на переміщення кругового диску у п'єзоелектричному просторі. Для цього проведемо порівняння переміщення диску у електропружному матеріалі та чисто пружному трансверсально-ізотропному матеріалі, який має такі ж самі пружні властивості, що й електропружний матеріал. В результаті порівняння знаходимо, що для того, щоб перемістити круговий диск у чисто пружному трансверсально-ізотропному просторі потрібно прикласти меншу за значенням силу. Так для матеріалів PZT-5, PZT-7A, PZT-5H відношення $P^{Elast} / P^{Piezo} = 61,39\%, 64,99\%, 69,21\%$.

На рис.2 відображено вплив зв'язаності силових і електричних полів на розподіл напружень під круговим диском при його переміщенні у електропружному просторі. Лінія 1 на рис.2 відповідала випадку переміщення диску у п'єзоелектричному матеріалі PZT-5H, а лінія 2 – переміщенню у чисто пружному трансверсально-ізотропному матеріалі, пружні властивості якого співпадають з властивостями електропружного матеріалу PZT-5H.

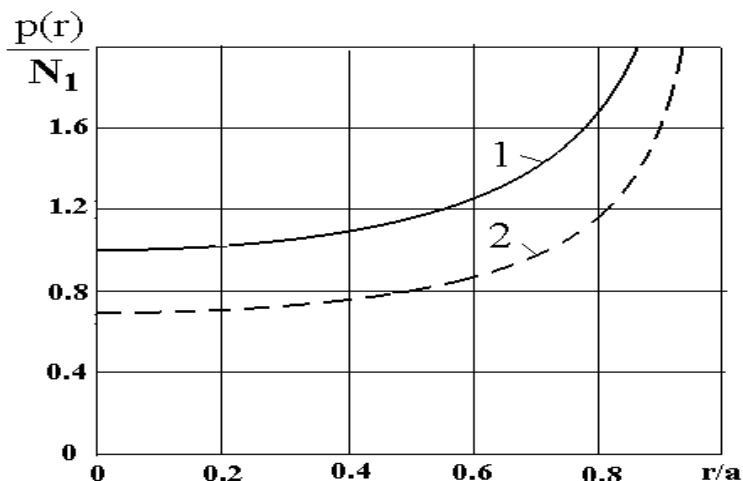


Рисунок 2 – Розподіл напружень при переміщенні кругового диску
Figure 2 – Stress distribution for displacement of a circular disc

На рис. 2 було використано позначення a та значення $N_1 = 2N^* \delta / (\pi a)$, де N^* визначалось виразом
$$N^* = \frac{1}{\left(\sum_{j=1}^3 \alpha_j \frac{k_j}{\sqrt{v_j}} \right)} \sum_{j=1}^3 \alpha_j \left[c_{44}^E (1 + k_j) + e_{15} l_j \right].$$

Видно, що зв'язаність силових і електричних полів суттєво впливає на переміщення жорсткого диску вздовж осі симетрії електропружного матеріалу, значно зменшуючи його у порівнянні з чисто пружним трансверсально-ізотропним матеріалом (при однаковій силі P). Вплив зв'язаності полів на розподіл напружень під диском для п'єзокерамічного матеріалу PZT-7A - близько 35% (у порівнянні з чисто пружним матеріалом, з тими ж пружними характеристиками, що й електропружний матеріал PZT-7A).

Відзначимо, що у частинному випадку, коли жорсткий круговий диск переміщується у пружному трансверсально-ізотропному просторі (вздовж осі симетрії матеріалу), з отриманих результатів впливають дані робіт [11, 12].

Висновки. У роботі за допомогою строгої математичної моделі, що враховує зв'язаність силових і електричних полів, проведено математичне та комп'ютерне моделювання розподілу напружень під жорстким круговим диском при його переміщенні у п'єзоелектричному просторі вздовж осі симетрії матеріалу. Проведено комп'ютерне моделювання, досліджено вплив електропружних властивостей матеріалу і геометричних параметрів диску на розподіл напружень. Виявлено значний вплив зв'язаності силових і електричних полів на напружений стан, що обмежує можливості використання спрощених підходів та теорій для задач характерного класу, а потребує використання строгої математичної моделі (з врахуванням зв'язаності полів).

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Dai L. Stress concentration at an elliptic hole in transversely isotropic piezoelectric solids / Guo W., Wang X. // *Int. J. Solids and Struct.* – 2006. – 43, № 6. – P. 1818–1831.
2. Hodes A.Y. A contact zone approach for an arc crack at the interface between two electrostrictive materials / Loboda V.V. // *Int. J. Solids Structures.* – 2017. – 128, № 1. – P.262–271.
3. Kaloerov S.A. Determination of intensity factors for stresses, induction and field strength in multi-connected electro - elastic anisotropic media / Kaloerov S.A. // *Int. Appl. Mech.* – 2007. – 43, № 6. – P. 77–84.
4. Karnaukhov V.G. Critical electric load on a hinged thermoviscoelastic rectangular plate with piezoelectric sensors and actuators / Kozlov V.I., Karnaukhova T.V. // *Int. Appl. Mech.* – 2019. – 55, № 6. – P. 596–600.
5. Kirilyuk V.S. On the relationship between the solutions of static contact problems of elasticity and electroelasticity for a half-space / Kirilyuk V.S. // *Int. Appl. Mech.* – 2006. – 42, № 11. – P.1256–1269.
6. Kirilyuk V.S. Stress state of an orthotropic piezoelectric body with a triaxial ellipsoidal inclusion subject to tension crack / Kirilyuk V.S., Levchuk O.I. // *Int. Appl. Mech.* – 2019. – 55, №. 3. – P.305–310.
7. Kyryliuk V.S. Stress state of an orthotropic electroelastic medium with an arbitrarily oriented elliptic crack under uniaxial tension / Kirilyuk V.S., Levchuk O.I. // *Int. Appl. Mech.* – 2021. – 57, №. 1. – P.53–62.
8. Podil'chuk Yu.N. Representation of the general solution of statics equations of the electroelasticity of a transversally isotropic piezoceramic body in terms of harmonic functions / Podil'chuk Yu.N.. // *Int. Appl. Mech.* – 1998. – 34, №. 7. – P.623–628.
9. Podil'chuk Yu.N. Exact analytical solutions of static electroelastic and thermoelectroelastic problems for a transversely isotropic body in curvilinear coordinate systems crack / Podil'chuk Yu.N.. // *Int. Appl. Mech.* – 2003. – 39, №. 2. – P.132–170.
10. Zhao M.H. Extended displacement discontinuity method for analysis of cracks in 2D piezoelectric semiconductors / Zhao M.H., Pan Y.B, Fan C.Y., Xu G.T. // *International Journal of Solids and Structures.* – 2016. – 94–95, №. 1. – P. 50-59)
11. Selvadurai, A.P.S. On the displacement of a penny-shaped rigid inclusion embedded in a transversely isotropic elastic medium / Selvadurai A.P.S. // *Solid Mechanics Archives* – 1979. – 4, №.3, – P.163-172.
12. Selvadurai, A.P.S. Asymmetric displacements of a rigid disc inclusion embedded in a transversely isotropic elastic medium of infinite extent / Selvadurai A.P.S. // *Int. J. Eng. Sci.* – 1980. – 18, №. 7. – P.979-986.

REFERENCES

1. Dai L., Guo W., Wang X. (2006) Stress concentration at an elliptic hole in transversely isotropic piezoelectric solids. *Int. J. Solids and Struct.*, 6 (43), 1818–1831.
2. Hodes A.Y., Loboda V.V. (2017) A contact zone approach for an arc crack at the interface between two electrostrictive materials. *Int. J. Solids Structures*, 1 (128), 262–271.
3. Kaloerov S.A. (2007) Determination of intensity factors for stresses, induction and field strength in multi-connected electro - elastic anisotropic media. *Int. Appl. Mech.* 6 (43), 77–84.
4. Karnaukhov V.G., Kozlov V.I., Karnaukhova T.V. (2019) Critical electric load on a hinged thermoviscoelastic rectangular plate with piezoelectric sensors and actuators. *Int. Appl. Mech.* 6 (55), 596–600.

5. Kirilyuk V.S. (2006) On the relationship between the solutions of static contact problems of elasticity and electroelasticity for a half-space. *Int. Appl. Mech.*, 11 (42), 1256–1269.
6. Kirilyuk V.S. Levchuk O.I. (2019) Stress state of an orthotropic piezoelectric body with a triaxial ellipsoidal inclusion subject to tension crack. *Int. Appl. Mech.* 3 (55), 305–310.
7. Kyryliuk V.S., Levchuk O.I. (2021) Stress state of an orthotropic electroelastic medium with an arbitrarily oriented elliptic crack under uniaxial tension. *Int. Appl. Mech.*, 1 (57), 53–62.
8. Podil'chuk Yu.N. (1998) Representation of the general solution of statics equations of the electroelasticity of a transversally isotropic piezoceramic body in terms of harmonic functions. *Int. Appl. Mech.*, 7 (34), 623–628.
9. Podil'chuk Yu.N. (2003) Exact analytical solutions of static electroelastic and thermoelectroelastic problems for a transversely isotropic body in curvilinear coordinate systems crack. *Int. Appl. Mech.*, 2 (39), 132–170.
10. Zhao M.H. (2016) Extended displacement discontinuity method for analysis of cracks in 2D piezoelectric semiconductors. *International Journal of Solids and Structures*, 1 (94–95), 50–59.
11. Selvadurai, A.P.S. (1979.) On the displacement of a penny-shaped rigid inclusion embedded in a transversely isotropic elastic medium. *Solid Mechanics Archives*, 3 (4), 163–172.
12. Selvadurai, A.P.S. (1980) Asymmetric displacements of a rigid disc inclusion embedded in a transversely isotropic elastic medium of infinite extent. *Int. J. Eng. Sci.*, 7 (18), 979–986.

РЕФЕРАТ

Кирилюк В.С. Математичне та комп'ютерне моделювання напруженого стану при переміщенні жорсткого кругового диску у п'єзоелектричному просторі / В.С. Кирилюк, О.І. Левчук, В.В. Гавриленко, М.Б. Вітер // Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки». Науковий журнал. – К.: НТУ, 2022. – Вип. 1 (51).

За допомогою математичної моделі, яка враховує зв'язаність силових і електричних полів у п'єзоелектричних тілах, вивчено розподіл напружень, що виникає при переміщенні жорсткого тонкого кругового диску вздовж осі симетрії електропружного трансверсально-ізотропного матеріалу. Точний розв'язок просторової задачі електропружності отримано на основі представлення розв'язку статичних рівнянь електропружності для трансверсально-ізотропного тіла через гармонійні функції і використанням гармонічного потенціалу спеціального вигляду. Як частинний випадок, із знайденого аналітичного розв'язку впливає вираз для напруженого стану у пружному трансверсально-ізотропному матеріалі при переміщенні жорсткого кругового диска. Проведено комп'ютерне моделювання, вивчено вплив зв'язаності силового та електричного полів на розподіл напружень під жорстким круговим диском.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ, КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ, П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНИЙ ПРОСТІР, ЖОРСТКИЙ КРУГОВИЙ ДИСК, ЕЛЕКТРИЧНИЙ І НАПРУЖЕНИЙ СТАН, РОЗПОДІЛ НАПРУЖЕНЬ, ЕФЕКТ ЗВ'ЯЗАНOSTІ ПОЛІВ.

ABSTRACT

Kirilyuk V.S., Levchuk O.I., Gavrilenko V.V., Viter M.B. Mathematical and computer simulation of the stress state caused by the displacement of a rigid circle disc in a piezoelectric space. *Visnyk National Transport University. Series «Technical sciences»*. Scientific journal. – Kyiv: National Transport University, 2022. – Issue 1 (51).

Using the mathematical model that takes into account the coupling of force and electric fields in piezoelectric bodies, the stress distribution that occurs when a rigid thin circle disk moves along the axis of symmetry of an electroelastic transversely isotropic material is studied. The exact solution of the space problem of electroelasticity is obtained on the basis of the solution representing of the static equations of electroelasticity for a transversely isotropic body through harmonic functions and using a harmonic potential of a special type. As special cases, from the found analytical solution follow the expressions for evaluating the stress state in an elastic transversely isotropic material for the displacement of a circle hard disk. Computer simulation have been carried out, the influence of the coupling of the force and electric fields on the distribution of stresses under a rigid circle disk.

KEY WORDS: MATHEMATICAL MODEL, COMPUTER SIMULATION, PIEZOELECTRIC SPACE, HARD CIRCLE DISK, ELECTRICAL AND STRESS STATE, STRESS DISTRIBUTION, FIELD COUPLING EFFECT.

АВТОРИ:

Кирилюк Віталій Семенович, Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАНУ, д.ф.-м.н., с.н.с., провідний науковий співробітник, відділ теорії коливань, e-mail: kirilyuk_v@ukr.net, . тел. +380445967715, Україна, 03057, м. Київ, вул. Нестерова, 3, orcid.org/0000-0002-8513-0378

Левчук Ольга Іванівна, Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАНУ, к.ф.-м.н., с.н.с., старший науковий співробітник, відділ теорії коливань, e-mail: 2013levchuk@gmail.com, тел. +38044596 77 15, Україна, 03057, м. Київ, вул. Нестерова, 3, orcid.org/0000-0002-6514-6225

Гавриленко Валерій Володимирович, Національний транспортний університет, д.ф.-м.н., професор, завідувач кафедри інформаційних систем і технологій, факультет транспортних та інформаційних технологій, e-mail: v_gavr@ukr.net, тел. +380503806406, Україна, 01010, м. Київ, вул. Омеляновича-Павленка, 1, orcid.org/0000-0001-9682-4204

Вітер Михайло Богданович, Національний транспортний університет, к.ф.-м.н, доцент, професор кафедри інформаційних систем та технологій, факультет транспортних та інформаційних технологій, e-mail: mbviter@gmail.com, тел. +38- 066-941-39-05, Україна, 01010, м. Київ, вул. Омеляновича-Павленка, 1, orcid.org/0000-0003-4109-005X

AUTHORS:

Kirilyuk Vitaly, S.P. Timoshenko Institute of mechanics of NAS of Ukraine, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, senior researcher, leading researcher, department of oscillation theory, e-mail: kirilyuk_v@ukr.net, phone +380445967715, Ukraine, 03057, Kyiv, Nesterova str., 3, orcid.org/0000-0002-8513-0378

Levchuk Olga, S.P. Timoshenko Institute of mechanics of NAS of Ukraine, Ph.D., senior researcher, senior researcher, department of oscillation theory, e-mail: 2013levchuk@gmail.com, phone +380445967715, Ukraine, 03057, Kyiv, Nesterova str., 3, orcid.org/0000-0002-6514-6225

Gavrilenko Valeriy, National Transport University, doctor of physical and mathematical sciences, professor, head of department of information systems and technologies, faculty of transport and information technologies, e-mail: v_gavr@ukr.net, phone +380503806406 Ukraine, 01010, Kyiv, Omelyanovicha-Pavlenko str., 1, orcid.org/0000-0001-9682-4204

Viter Mykhailo, National Transport University, Ph.D., associated professor, professor of department of information systems and technologies, faculty of transport and information technologies, e-mail: mbviter@gmail.com, phone +380669413905, Ukraine, 01010, Kyiv, Omelyanovicha-Pavlenko str., 1, orcid.org/0000-0003-4109-005X.

РЕЦЕНЗЕНТИ:

Прокудін Г.С., доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри міжнародних перевезень та митного контролю, Національний транспортний університет, Київ, Україна.

Зайцев Є.О, доктор технічних наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник, Інститут електродинаміки НАН України, Київ, Україна.

REVIEWERS:

Prokudin G.S., Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of International Transport and Customs Control, National Transport University, Kyiv, Ukraine.

Zaitsev E.A., Doctor of Technical Sciences, Senior Researcher, Leading Researcher, Institute of Electrodynamics, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine.