УДК 517.9 DOI: 10.33744/2308-6645-2022-3-53-075-081
UDC 517.9

ЛІНІЙНІ РОЗШИРЕННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ З ІМПУЛЬСНИМ ЗБУРЕННЯМ

Вишенська О.В., кандидат фізико-математичних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна, oksana.vyshenska@gmail.com, orcid.org/0000-0002-3360-8552
Білобрицька О.І., кандидат технічних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна, o.bilobrytska@ntu.edu.ua, orcid.org/0000-0002-6751-6592
Мейш Ю.А., доктор технічних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна, y.meish@ntu.edu.ua, orcid.org/0000-0001-7492-700X

LINEAR EXTENSIONS OF DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH IMPULSE INFLUENCE

Vyshenska O.V., Ph. D., National Transport University, Kyiv, Ukraine, oksana.vyshenska@gmail.com, orcid.org/0000-0002-3360-8552
Bilobrytska O.I., Ph. D., National Transport University, Kyiv, Ukraine, o.bilobrytska@ntu.edu.ua, orcid.org/0000-0002-6751-6592
Meish Yu. A., Doctor of Technical Science, Professor, National Transport University, Kyiv, Ukraine, y.meish@ntu.edu.ua, orcid.org/0000-0001-7492-700X

Постановка проблеми.

Необхідність вивчення систем диференціальних рівнянь з розривними траєкторіями викликана, перш за все, запитами сучасної техніки [1-2], де імпульсні системи автоматичного регулювання, імпульсні обчислювальні системи займають помітне місце та інтенсивно розвиваються, розширюючи коло своїх застосувань.

З точки зору теорії та практичного значення важливим є вивчення властивостей обмежених на усій осі чи півосі розв'язків диференціальних рівнянь, що зазнають короткочасних збурень. А також інтегральних поверхонь, тобто, множин розв'язків, які покривають певні поверхні розширеного фазового простору [3-4].

Метою даної роботи є подальше дослідження [5-6] питання існування інтегральних поверхонь лінійних розширень диференціальних рівнянь, що зазнають імпульсного збурення. Отримані результати можуть бути використані при вивченні складних коливальних явищ в системах, котрі піддаються короткочасним збуренням.

Виклад основного матеріалу.

Розглянемо систему диференціальних рівнянь

$$\begin{aligned} &\frac{d\varphi}{dt} = a(t,\varphi), \quad \frac{dx}{dt} = A(t,\varphi)x + f(t,\varphi), \quad t \neq \tau_i, \\ &\Delta x\big|_{t=\tau_i} = B_i(\varphi)x + I_i(\varphi), \end{aligned} \tag{1}$$

в якій $a(t,\varphi), f(t,\varphi), I_i(\varphi)$ – неперервні функції своїх аргументів при всіх $t \in R,\ \varphi \in T^m,\ \varphi = (\varphi_1,\ldots,\varphi_m)$, періодичні по $\varphi_\alpha \left(\alpha = \overline{1,m}\right)$ з періодом 2π. Матричні функції $A(t,\varphi)$ та $B_i(\varphi)$ – неперервні по t, φ, 2π -періодичні по φ_α, $\alpha = \overline{1,m}$ і рівномірно відносно $t \in R$ та $i \in Z$ обмежені.

Зробимо припущення, що функція $a(t,\varphi)$ задовільняє умову Ліпшиця по φ, рівномірно відносно $t \in R$, тобто

$$\left\| a(t,\varphi_1) - a(t,\varphi_2) \right\| \leq l \left\| \varphi_1 - \varphi_2 \right\|. \tag{2}$$

Припускаємо також, що

$$\sup_{t\in R}\max_{\varphi\in T^m}\left\|f\left(t,\varphi\right)\right\|+\sup_{i\in Z}\max_{\varphi\in T^m}\left\|I_i\left(\varphi\right)\right\|=m<\infty,$$

а моменти τ_i імпульсного збурення такі, що існує скінченна границя

$$\lim_{T\to\infty}\frac{i\left(t+T,t\right)}{T}=p. \tag{3}$$

В силу нерівності (2) для довільної пари $\left(t_0,\varphi\right),\ t_0\in R,\ \varphi\in T^m$ розв’язок першого з рівнянь (1), $\varphi_t\left(t_0,\varphi\right),\varphi_{t_0}\left(t_0,\varphi\right)=\varphi$ існує і може бути продовжений на всю числову вісь R .

Нехай $\varphi_t\left(t_0,\varphi\right)$ – загальний розв’язок зазначеного рівняння, який залежить від $t_0\in R$ та $\varphi\in T^m$ як від параметрів. Розглянемо систему рівнянь з імпульсним збуренням

$$\begin{aligned}&\frac{dx}{dt}=A\left(t,\varphi_t\left(t_0,\varphi\right)\right)x+f\left(t,\varphi_t\left(t_0,\varphi\right)\right),\quad t\neq\tau_i,\\&\Delta x\big|_{t=\tau_i}=B_i\left(\varphi_{\tau_i}\left(t_0,\varphi\right)\right)x+I_i\left(\varphi_{\tau_i}\left(t_0,\varphi\right)\right).\end{aligned} \tag{4}$$

Позначимо через $\Omega_\tau^t\left(t_0,\varphi\right)$ матрицант системи рівнянь

$$\frac{dx}{dt}=A\left(t,\varphi_t\left(t_0,\varphi\right)\right)x,\quad t\neq\tau_i,\quad \Delta x\big|_{t=\tau_i}=B_i\left(\varphi_{\tau_i}\left(t_0,\varphi\right)\right)x. \tag{5}$$

Покажемо, що

$$\Omega_\tau^t\left(\theta,\varphi_\theta\left(t_0,\varphi\right)\right)=\Omega_\tau^t\left(t_0,\varphi\right) \tag{6}$$

для довільних $t,\tau,\theta\in R$.

Для цього в тотожностях, які визначають $\Omega_\tau^t\left(t_0,\varphi\right)$

$$\begin{aligned}&\frac{d}{dt}\Omega_\tau^t\left(t_0,\varphi\right)=A\left(t,\varphi_t\left(t_0,\varphi\right)\right)\Omega_\tau^t\left(t_0,\tau\right),\quad t\neq\tau_i,\\&\Delta\Omega_\tau^{\tau_i}\left(t_0,\varphi\right)=B_i\left(\varphi_{\tau_i}\left(t_0,\varphi\right)\right)\Omega_\tau^{\tau_i}\left(t_0,\tau\right)\end{aligned}$$

замінимо t_0 на θ і φ на $\varphi_\theta\left(t_0,\varphi\right)$. Маємо

$$\begin{aligned}&\frac{d}{dt}\Omega_\tau^t\left(\theta,\varphi_\theta\left(t_0,\varphi\right)\right)=A\left(t,\varphi_t\left(\theta,\varphi_\theta\left(t_0,\varphi\right)\right)\right)\Omega_\tau^t\left(\theta,\varphi_\theta\left(t_0,\varphi\right)\right),\quad t\neq\tau_i,\\&\Delta\Omega_\tau^{\tau_i}\left(\theta,\varphi_\theta\left(t_0,\varphi\right)\right)=B_i\left(\varphi_{\tau_i}\left(\theta,\varphi_\theta\left(t_0,\varphi\right)\right)\right)\Omega_\tau^{\tau_i}\left(\theta,\varphi_\theta\left(t_0,\varphi\right)\right).\end{aligned}$$

Звідси з урахуванням співвідношення

$$\varphi_t\left(\theta,\varphi_\theta\left(t_0,\varphi\right)\right)=\varphi_t\left(t_0,\varphi\right) \tag{7}$$

отримаємо

$$\frac{d}{dt}\Omega_{\tau}^{t}\left(\theta,\varphi_{\theta}\left(t_0,\varphi\right)\right)=A\left(t,\varphi_{t}\left(t_0,\varphi\right)\right)\Omega_{\tau}^{t}\left(\theta,\varphi_{\theta}\left(t_0,\varphi\right)\right),\quad t\neq\tau_i,$$
$$\Delta\Omega_{\tau}^{\tau_i}\left(\theta,\varphi_{\theta}\left(t_0,\varphi\right)\right)=B_i\left(\varphi_{\tau_i}\left(t_0,\varphi\right)\right)\Omega_{\tau}^{\tau_i}\left(\theta,\varphi_{\theta}\left(t_0,\varphi\right)\right).$$

Із останніх співвідношень слідує, що $\Omega_{\tau}^{t}\left(\theta,\varphi_{\theta}\left(t_0,\varphi\right)\right)$ є матрицантом системи рівнянь (5), а тому співпадає з $\Omega_{\tau}^{t}\left(t_0,\varphi\right)$, що і доводить рівність (6).

Нехай $C(\varphi)$ – неперервна при $\varphi\in T^m$ обмежена матриця. Приймемо

$$G_{\tau}^{t}\left(t_0,\varphi\right)=\begin{cases}\Omega_{\tau}^{t}\left(t_0,\varphi\right)C\left(\varphi_{\tau}\left(t_0,\varphi\right)\right), & \tau\leq t,\\ \Omega_{\tau}^{\tau}\left(t_0,\varphi\right)\left(C\left(\varphi_{\tau}\left(t_0,\varphi\right)\right)-E\right), & \tau>t\end{cases} \tag{8}$$

і назвемо $G_{\tau}^{t}\left(t_0,\varphi\right)$ функцією Гріна системи рівнянь

$$\begin{gathered}\frac{d\varphi}{dt}=a(t,\varphi),\quad \frac{dx}{dt}=A(t,\varphi)x,\quad t\neq\tau_i,\\ \Delta x\big|_{t=\tau_i}=B_i(\varphi)x,\end{gathered}, \tag{9}$$

якщо лишень

$$\int_{-\infty}^{\infty}\left\|G_{\tau}^{t}\left(t_0,\varphi\right)\right\|d\tau+\sum_{-\infty<\tau_i<\infty}\left\|G_{\tau_i}^{t}\left(t_0,\varphi\right)\right\|\leq K<\infty \tag{10}$$

при довільних $t\in R$, $\varphi\in T^m$.

Із означення функції $G_{\tau}^{t}\left(t_0,\varphi\right)$ випливає, що

$$G_{\tau}^{\tau+0}\left(t_0,\varphi\right)-G_{\tau}^{\tau}\left(t_0,\varphi\right)=E.$$

Крім того, у силу співвідношення (6) справедлива рівність

$$G_{\tau}^{t}\left(\theta,\varphi_{\theta}\left(t_0,\varphi\right)\right)=G_{\tau}^{t}\left(t_0,\varphi\right). \tag{11}$$

З цієї рівності випливає, що матриця

$$G_{t_0}^{t}\left(t,\varphi_{t}\left(t_0,\varphi\right)\right)=G_{t_0}^{t}\left(t_0,\varphi\right)=\begin{cases}\Omega_{t_0}^{t}\left(t_0,\varphi\right)C(\varphi), & t\geq t_0,\\ \Omega_{t_0}^{t}\left(t_0,\varphi\right)\left(C(\varphi)-E\right), & t<t_0\end{cases}$$

складається із розв'язків системи (5), які розглядаються при $t\geq t_0$ та $t<t_0$.

Розглянемо вираз

$$\int_{-\infty}^{\infty}G_{\tau}^{t}\left(t_0,\varphi\right)f\left(\tau,\varphi_{\tau}\left(t_0,\varphi\right)\right)d\tau+\sum_{-\infty<\tau_i<\infty}G_{\tau_i}^{t}\left(t_0,\varphi\right)I_i\left(\varphi_{\tau_i}\left(t_0,\varphi\right)\right).$$

за рахунок вимоги (10) цей вираз скінченний при всіх $t\in R$, $t_0\in R$, $\varphi\in T^m$.

Позначимо

$$u\left(t,\varphi\right)=\int_{-\infty}^{\infty}G_{\tau}^{t}\left(t,\varphi\right)f\left(\tau,\varphi_{\tau}\left(t,\varphi\right)\right)d\tau+\sum_{-\infty<\tau_i<\infty}G_{\tau_i}^{t}\left(t,\varphi\right)I_i\left(\varphi_{\tau_i}\left(t,\varphi\right)\right) \tag{12}$$

і покажемо, що

$$\Gamma=\left\{\left(t,\varphi,x\right):x=u\left(t,\varphi\right),\quad t\in R,\quad \varphi\in T^m\right\} \tag{13}$$

є інтегральною множиною системи рівнянь (1). Для цього потрібно переконатися в тому, що якщо $\varphi_t\left(t_0,\varphi\right)$ довільний розв'язок першого з рівнянь системи (1), то $\left(\varphi_t\left(t_0,\varphi\right),u\left(t,\varphi_t\left(t_0,\varphi\right)\right)\right)$ є розв'язком цієї системи рівнянь. Іншими словами, функція

$$x=u\left(t,\varphi_t\left(t_0,\varphi\right)\right)$$

є розв'язком системи рівнянь (4). У відповідності до співвідношень (7), (11) функція $u\left(t,\varphi_t\left(t_0,\varphi\right)\right)$ допускає представлення

$$u\left(t,\varphi_t\left(t_0,\varphi\right)\right)=\int_{-\infty}^{\infty}G_{\tau}^{t}\left(t,\varphi_t\left(t_0,\varphi\right)\right)f\left(\tau,\varphi_{\tau}\left(t,\varphi_{\tau}\left(t_0,\varphi\right)\right)\right)d\tau+\sum_{-\infty<\tau_i<\infty}G_{\tau_i}^{t}\left(t,\varphi_t\left(t_0,\varphi\right)\right)I_i\left(\varphi_{\tau_i}\left(t,\varphi_t\left(t_0,\varphi\right)\right)\right)=$$
$$=\int_{-\infty}^{\infty}G_{\tau}^{t}\left(t_0,\varphi\right)f\left(\tau,\varphi_{\tau}\left(t_0,\varphi\right)\right)d\tau+\sum_{-\infty<\tau_i<\infty}G_{\tau_i}^{t}\left(t_0,\varphi\right)I_i\left(\varphi_{\tau_i}\left(t_0,\varphi\right)\right),$$

диференціюючи яке при $t\neq\tau_i$, маємо

$$\frac{d}{dt}u\left(t,\varphi_t\left(t_0,\varphi\right)\right)=A\left(t,\varphi_t\left(t_0,\varphi\right)\right)\left[\int_{-\infty}^{\infty}G_{\tau}^{t}\left(t_0,\varphi\right)f\left(\tau,\varphi_{\tau}\left(t_0,\varphi\right)\right)d\tau+\sum_{-\infty<\tau_i<\infty}G_{\tau_i}^{t}\left(t_0,\varphi\right)I_i\left(\varphi_{\tau_i}\left(t_0,\varphi\right)\right)\right]+$$
$$+C\left(\varphi_t\left(t_0,\varphi\right)\right)f\left(t,\varphi_t\left(t_0,\varphi\right)\right)+\left(E-C\left(\varphi_t\left(t_0,\varphi\right)\right)\right)f\left(t,\varphi_t\left(t_0,\varphi\right)\right)=$$
$$=A\left(t,\varphi_t\left(t_0,\varphi\right)\right)u\left(t,\varphi_t\left(t_0,\varphi\right)\right)+f\left(t,\varphi_t\left(t_0,\varphi\right)\right)$$

для довільного $t\in R$, $t\neq\tau_i$. При $t=\tau_i$ знаходимо, що

$$u\left(\tau_i+0,\varphi_{\tau_i+0}\left(t_0,\varphi\right)\right)-u\left(\tau_i,\varphi_{\tau_i}\left(t_0,\varphi\right)\right)=\int_{-\infty}^{\infty}\left[G_{\tau}^{\tau_i+0}\left(t_0,\varphi\right)-G_{\tau}^{\tau_i}\left(t_0,\varphi\right)\right]f\left(\tau,\varphi_{\tau}\left(t_0,\varphi\right)\right)d\tau+$$
$$+\sum_{-\infty<\tau_i<\infty}\left[G_{\tau_j}^{\tau_i+0}\left(t_0,\varphi\right)-G_{\tau_j}^{\tau_i}\left(t_0,\varphi\right)\right]I_j\left(\varphi_{\tau_j}\left(t_0,\varphi\right)\right)+$$
$$+C\left(\varphi_{\tau_i}\left(t_0,\varphi\right)\right)I_i\left(\varphi_{\tau_i}\left(t_0,\varphi\right)\right)+\left(E-C\left(\varphi_{\tau_i}\left(t_0,\varphi\right)\right)\right)I_i\left(\varphi_{\tau_i}\left(t_0,\varphi\right)\right)=$$
$$=B_i\left(\varphi_{\tau_i}\left(t_0,\varphi\right)\right)\left[\int_{-\infty}^{\infty}G_{\tau}^{\tau_i}\left(t_0,\varphi\right)f\left(\tau,\varphi_{\tau}\left(t_0,\varphi\right)\right)+\sum_{-\infty<\tau_i<\infty}G_{\tau_j}^{\tau_i}\left(t_0,\varphi\right)I_j\left(\varphi_{\tau_j}\left(t_0,\varphi\right)\right)\right]+$$
$$+I_i\left(\varphi_{\tau_i}\left(t_0,\varphi\right)\right)=B_i\left(\varphi_{\tau_i}\left(t_0,\varphi\right)\right)u\left(\tau_i,\varphi_{\tau_i}\left(t_0,\varphi\right)\right)+I_i\left(\varphi_{\tau_i}\left(t_0,\varphi\right)\right).$$

Останні співвідношення доводять, що множина (13) є інтегральною множиною системи рівнянь (1).

Виходячи із вище зазначеного, можемо сформулювати наступне твердження, яке визначає достатні умови існування інтегральної множини рівнянь (1).

Теорема. Нехай система рівнянь (1) така, що виконується нерівність (2), співвідношення (3) та існує функція Гріна $G_\tau^t\left(t_0,\varphi\right)$, яка задовільняє нерівність (10). Тоді система рівнянь (1) має інтегральну множину $x=u\left(t,\varphi\right)$, яка визначається рівністю (12) і задовільняє оцінці

$$\sup_{t\in R}\max_{\varphi\in T^m}\left\|u\left(t,\varphi\right)\right\|\le K\left[\sup_{t\in R}\max_{\varphi\in T^m}\left\|f\left(t,\varphi\right)\right\|+\sup_{i\in Z}\max_{\varphi\in T^m}\left\|I_i\left(\varphi\right)\right\|\right].$$

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Самойленко А.М., Станжицький О.М. Якісний та асимптотичний аналіз диференціальних рівнянь з випадковими збуреннями. – Київ: Наукова думка, 2009.
2. Самойленко А.М., Перестюк Н.А. Дифференциальные уравнения с импульсным воздействием. – Киев: Вища шк., 1987. – 286 с.
3. Перестюк Н.А. Инвариантные множества одного класса разрывных динамических систем // Укр.мат.журн. – 1984. – 36, №1. – С.63-68.
4. Парасюк І.О., Перестюк М.О. Локальний аналіз нелінійних диференціальних рівнянь. – Кам'янець-Подільський: Аксіома, 2013.
5. Білобрицька О.І., Вишенська О.В., Мейш Ю.А. Про інваріантну множину однієї динамічної системи // Новітні технології, № 1(13) 2022, С.29-36.
6. Вишенська О.В. Про існування інваріантного тора одного класу розривних динамічних систем// Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки» Науковий журнал. Випуск 1 (51), 2022, С.48-54.

REFERENCES

1. Samoilenko A.M., Stanzhytskyi O.M. «Yakisnyi ta asymptotychnyi analiz dyferentsialnykh rivnian z vypadkovymy zburenniamy» Kyiv, Naukova dumka, 2009.
2. Samoilenko A.M., Perestiuk N.A. «Dyfferentsyalnыe uravnenyia s ympulsnыm vozdeistvyem» Kyev, Vyshcha shk., 1987. P.286.
3. Perestiuk N.A. (1984). *Ynvaryantnыe mnozhestva odnoho klassa razrыvnыkh dynamycheskykh system - Ukr.mat.zhurn., 36 (№1), 63-68 [in Russian].*
4. Parasiuk I.O., Perestiuk M.O. «Lokalnyi analiz neliniinykh dyferentsialnykh rivnian» Kamianets-Podilskyi, Aksioma, 2013.
5. Bilobrytska O.I., Vyshenska O.V., Meysh Yu. A. (2022) *Pro invariantnu mnozhynu odniyeyi dynamichnoyi systemy - Novitni texnologiyi, № 1(13), 29-36.*
6. Vyshenska O.V. (2022) *Pro isnuvannya invariantnogo tora odnogo klasu rozryvnyh dynamichnyh system ß Visnyk Nacionalnogo transportnogo universytetu. Seriya «Texnichni nauky» Naukovyj zhurnal. Vypusk 1 (51), 48-54.*

РЕФЕРАТ

Вишенська О.В. Лінійні розширення диференціальних рівнянь з імпульсним збуренням / О.В. Вишенська, О.І. Білобрицька, Ю.А. Мейш // Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки». Науковий журнал. – К. : НТУ, 2022. – Вип. 3 (53).

Досліджується питання існування інтегральної множини одного класу систем диференціальних рівнянь, що зазнають імпульсного збурення. Необхідність вивчення таких систем зумовлена багатьма прикладними задачами, наприклад, нелінійної механіки. Вони можуть слугувати математичною моделлю еволюційних процесів з короткочасними збуреннями. Отримані результати можуть бути використані при вивченні складних коливальних явищ в системах, котрі піддаються імпульсному збуренню.

Розглянуто лінійні розширення диференціальних рівнянь з імпульсним збуренням, тобто системи виду

$$\frac{d\varphi}{dt}=a(t,\varphi),\quad \frac{dx}{dt}=A(t,\varphi)x+f(t,\varphi),\quad t\neq\tau_i,$$
$$\left.\Delta x\right|_{t=\tau_i}=B_i(\varphi)x+I_i(\varphi),$$

де $a(t,\varphi), f(t,\varphi), I_i(\varphi)$ неперервні функції своїх аргументів для усіх $t\in R,\ \varphi\in T^m,\ \varphi=(\varphi_1,\dots,\varphi_m)$ періодичні по φ_α, ($\alpha=\overline{1,m}$) з періодом 2π. Матричні функції $A(t,\varphi)$ та $B_i(\varphi)$ неперервні по t,φ, 2π-періодичні по φ_α, $\alpha=\overline{1,m}$ та обмежені за усіх $t\in R$, $i\in Z$. Припускаємо також, що функція $a(t,\varphi)$ задовольняє умові Ліпшиця по φ рівномірно відносно $t\in R$, а моменти імпульсного збурення τ_i такі, що існує границя

$$\lim_{T\to\infty}\frac{i(t+T,t)}{T}=p,$$

де $i(t,t+T)$ – кількість точок τ_i на відрізку $[t,t+T]$.

Встановлено умови, за яких дані рівняння мають інтегральну множину

$$\Gamma=\left\{(t,\varphi,x):x=u(t,\varphi),\quad t\in R,\quad \varphi\in T^m\right\}$$

де

$$u(t,\varphi)=\int_{-\infty}^{\infty}G_\tau^t(t,\varphi)f\left(\tau,\varphi_\tau(t,\varphi)\right)d\tau+\sum_{-\infty<\tau_i<\infty}G_{\tau_i}^t(t,\varphi)I_i\left(\varphi_{\tau_i}(t,\varphi)\right),$$

$G_\tau^t(t_0,\varphi)$ – відповідна функція Гріна задачі про обмежені на усій осі розв'язки, $\varphi_t(t_0,\varphi)$ – загальний розв'язок першого з рівнянь даної системи.

Однією з достатніх умов наявності інтегральної множини є існування функції Гріна $G_\tau^t(t_0,\varphi)$, що задовольняє за усіх $t\in R,\ \varphi\in T^m$ нерівність

$$\int_{-\infty}^{\infty}\left\|G_\tau^t(t_0,\varphi)\right\|d\tau+\sum_{-\infty<\tau_i<\infty}\left\|G_{\tau_i}^t(t_0,\varphi)\right\|\le K<\infty.$$

КЛЮЧОВІ СЛОВА: ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ, ІМПУЛЬСНЕ ЗБУРЕННЯ, АСИМПТОТИЧНА СТІЙКІСТЬ, ІНТЕГРАЛЬНА ПОВЕРХНЯ.

ABSTRACT

Vyshenska O.V., Bilobrytska O.I., Meish Yu. A. Linear extensions of differential equations with impulse influence. Visnyk National Transport University. Series «Technical Sciences». Scientific journal. – Kyiv: National Transport University, 2022. – Issue 3 (53).

The issue of the existence of an integral set of one class of systems of differential equations undergoing impulse perturbation is investigated. The need to study such systems is due to many applied problems, for example, nonlinear mechanics. They can serve as a mathematical model of evolutionary processes with short-term disturbances. The obtained results can be used in the study of complex oscillatory phenomena in systems subject to impulse disturbances.

Linear expansions of differential equations with impulse perturbation, i.e. systems of the form, are considered

$$\frac{d\varphi}{dt}=a(t,\varphi),\quad \frac{dx}{dt}=A(t,\varphi)x+f(t,\varphi),\quad t\neq\tau_i,$$
$$\left.\Delta x\right|_{t=\tau_i}=B_i(\varphi)x+I_i(\varphi),$$

where $a(t,\varphi), f(t,\varphi), I_i(\varphi)$ continuous functions of their arguments for all $t\in R,\ \varphi\in T^m,\ \varphi=(\varphi_1,\dots,\varphi_m)$ periodic by φ_α, ($\alpha=\overline{1,m}$) with period 2π. Matrix functions $A(t,\varphi)$ and $B_i(\varphi)$ continuous by t,φ, 2π-periodic by φ_α, $\alpha=\overline{1,m}$ and limited for all $t\in R$, $i\in Z$. We also

assume that the function $a(t,\varphi)$ satisfies the Lipshitz condition for φ evenly relatively $t \in R$, and moments of impulse disturbance τ_i such that there is a limit

$$\lim_{T\to\infty} \frac{i(t+T,t)}{T} = p,$$

where $i(t,t+T)$ – number of points τ_i on a segment $[t,t+T]$.

The conditions under which these equations have an integral set have been established

$$\Gamma = \{(t,\varphi,x): x = u(t,\varphi), \quad t \in R, \quad \varphi \in T^m\}$$

where

$$u(t,\varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} G_\tau^t(t,\varphi) f(\tau,\varphi_\tau(t,\varphi))\, d\tau + \sum_{-\infty<\tau_i<\infty} G_{\tau_i}^t(t,\varphi) I_i(\varphi_{\tau_i}(t,\varphi)),$$

$G_\tau^t(t_0,\varphi)$ – the corresponding Green's function of the problem of solutions bounded on the entire axis, $\varphi_t(t_0,\varphi)$ – the general solution of the first of the equations of this system.

One of the sufficient conditions for the existence of an integral set is the existence of a Green's function $G_\tau^t(t_0,\varphi)$, which is satisfactory for all $t \in R,\ \varphi \in T^m$ inequality

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left\| G_\tau^t(t_0,\varphi) \right\| d\tau + \sum_{-\infty<\tau_i<\infty} \left\| G_{\tau_i}^t(t_0,\varphi) \right\| \le K < \infty.$$

KEY WORDS: DIFFERENTIAL EQUATIONS, IMPULSIVE ACTION, ASYMPTOTIC STABILITY, INTEGRAL SURFACE.

АВТОРИ:

Вишенська Оксана Володимирівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Національний транспортний університет, доцент кафедри вищої математики, e-mail: oksana.vyshenska@gmail.com, тел. +38(044) 280-71-09, Україна, 01103, м. Київ, вул. М. Бойчука, 42, orcid.org/0000-0002-3360-8552.

Білобрицька Олена Іванівна, кандидат технічних наук, доцент, Національний транспортний університет, доцент кафедри вищої математики, e-mail: o.bilobrytska@ntu.edu.ua, тел. +38(044) 280-71-09, Україна, 01103, м. Київ, вул. М. Бойчука, 42, orcid.org/0000-0002-6751-6592.

Мейш Юлія Анатоліївна, доктор технічних наук, професор, Національний транспортний університет, професор кафедри вищої математики, e-mail: y.meish@ntu.edu.ua, тел. +38(044) 280-71-09, Україна, 01103, м. Київ, вул. М. Бойчука, 42, orcid.org/0000-0001-7492-700X.

AUTHORS:

Vyshenska O.V., Ph.D., National Transport University, tel. +38(044) 280-71-09, Ukraine, 01103, Kyiv, Boichuk str., 42, e-mail: oksana.vyshenska@gmail.com, orcid.org/0000-0002-3360-8552.

Bilobrytska O.I., Ph. D., National Transport University, tel. +38(044) 280-71-09, Ukraine, 01103, Kyiv, Boichuk str., 42, e-mail: o.bilobrytska@ntu.edu.ua, orcid.org/0000-0002-6751-6592

Meish Yu. A., Doctor of Technical Science, Professor, National Transport University tel. +38(044) 280-71-09, Ukraine, 01103, Kyiv, Boichuk str., 42, e-mail: y.meish@ntu.edu.ua, orcid.org/0000-0001-7492-700X

РЕЦЕНЗЕНТИ:

А.Н. Аль-Амморі, доктор технічних наук, професор, Національний транспортний університет, професор, завідувач кафедри інформаційно-аналітичної діяльності та інформаційної безпеки, Київ, Україна.

Гончаренко Ю.В., кандидат фізико-математичних наук, КНУ імені Тараса Шевченка, доцент кафедри обчислювальної математики, Київ, Україна.

REVIEWERS:

Al-Ammouri Ali, Dr. Sci., (Engineering), Professor, National Transport University, Professor, Head of the Department of Information Analysis and Information Security, Kyiv, Ukraine.

Goncharenko Yu.V., Ph.D., Taras Shevchenko National University of Kyiv, Department of Numerical Mathematics, Kyiv, Ukraine.